

الإسم واللقب :

الفوج :

رقم التسجيل :

الرقم السري :

القسم :

المقياس :

التاريخ :



ملاحظة هامة: يمنع على الطالب وضع أية إشارة على ورقة الإمتحان.

الرقم السري

العلامة

الحل النموذجي للإختبار الأول
مقياس التحليل الرقمي 1-

السنة الثامنة أساتذة التعليم التكنولوجي جميعات

حل السؤال 1:

لن أثبت أنه إذا كان a عدداً مقرباً بالمعنى الضيق
بـ رقم m محدد فإن الخطأ النسبي لا يتجاوز
 $\frac{1}{\alpha_m (10)^{n-1}}$ حيث α_m أول رقم غير للعدد a .

$$a = d_m \cdot 10^m + d_{m+1} \cdot 10^{m+1} + \dots + d_{m-n+1} \cdot 10^{m-n+1} + \dots$$

لدينا $\alpha_m \geq 1$

بالعكس لدينا $\frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1} \leq A - a \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1}$ ونضرب

$$-\frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1} < A - a < \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1}$$

$$a - \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1} < A < a + \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1}$$

نأخذ $A > a + \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1}$ (لأنه عبارة في العدد A موجب
في المقام) وبالتالي نحصل على

$$A > d_m \cdot 10^m - \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1} = \frac{10^m}{2} (2d_m - 1)$$

(لأن $a > d_m \cdot 10^m$)

من أجل $n=1$

$$A > \frac{10^m}{2} (2d_m - 1) > \frac{10^m}{2} d_m$$

$$\delta = \frac{1}{A} < \frac{\frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1}}{\frac{10^m}{2} \cdot d_m} = \frac{1}{\alpha_m} \left(\frac{1}{10^{n-1}} \right)$$

-1-

$$\delta \leq \frac{1}{\alpha_m \cdot 10^{n-1}}$$

لأن

من أجل $n \geq 2$ في هذه الحالة يمكن إحصاء $\frac{1}{10^{n-1}}$ بالتالي:

$$A \geq \frac{1}{2} 10^m (2 \alpha_m) = 10^m \alpha_m$$

$$\delta = \frac{\Delta}{A} \leq \frac{\frac{1}{2} 10^{m-n+1}}{\alpha_m 10^m} = \frac{1}{2 \alpha_m} \left(\frac{1}{10} \right)^{n-1} \leq \frac{1}{\alpha_m \cdot 10^{n-1}}$$

② بكم رقم يجب حساب π حتى يكون الخطأ النسبي لا يتجاوز 0.005%.

لحلها:

$$\pi = 3 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + \dots$$

$$\frac{1}{3 \cdot 10^{n-1}} < 0.005\% = \frac{0.005}{100} = \frac{5}{10^5}$$

ف

$$\frac{6 \lg(10) - \lg(15)}{4.8239} \leq n \lg(10) \leq \frac{106}{15} \leq 10^n$$

وعليه

$$\frac{6 \lg(10) - \lg(15)}{\lg(10)} \leq n = 5$$

حل التمرين 02

لد

x_i y_i

1 1

$$\frac{5-1}{2-1} = 4$$

2 5

$$\frac{-2-5}{3-2} = -7$$

$$\frac{-7-4}{3-1} = \frac{-11}{2}$$

$$\frac{22 + \frac{11}{2}}{3,5-1} = \frac{\frac{55}{2}}{\frac{5}{2}} = 11$$

3 -2

$$\frac{11+2}{3,5-3} = 26$$

$$\frac{26+7}{3,5-2} = 22$$

3,5 11

$$P(x) = 1 + 4(x-1) + \frac{-11}{2}(x-1)(x-2) + 11(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$= 1 + 4x - 4 - \frac{11}{2}(x^2 - 3x + 2) + 11(x^3 - 3x^2 + 2x - 3x^2 - 6)$$

$$= 4x - 3 - \frac{11}{2}x^2 + \frac{33}{2}x - 11 + 11(x^3 - 3x^2 + 2x - 3x^2 - 6)$$

$$= -\frac{11}{2}x^2 + \frac{91}{2}x - 14 + 11x^3 - 66x^2 + 22x - 66$$

$$P(x) = 11x^3 - \frac{143}{2}x^2 + \frac{283}{2}x - 80$$

حل التمرين 03

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 3 \\ -5 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ \frac{27}{2} \\ 15 \end{pmatrix}$$

① أوجد الحل باستخدام طريقة قوس:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = \frac{5}{2} & (E_1) \\ -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = \frac{37}{2} & (E_2) \\ -5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 15 & (E_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = \frac{5}{2} & (E_1) \\ 7x_2 + 9x_3 = \frac{37}{2} & (E'_2 = E_2 + 2E_1) \\ 12x_2 + 17x_3 = \frac{55}{2} & (E'_3 = E_3 + 5E_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = \frac{5}{2} & \dots (E_1) \\ 7x_2 + 9x_3 = \frac{37}{2} & \dots (E'_2) \\ \frac{11x_3}{7} = \frac{-59}{14} & \dots (E''_3 = E'_3 - \frac{12}{7}E'_2) \end{cases}$$

$$x_3 = -\frac{59}{14} \cdot \frac{7}{11} = -\frac{59}{22}$$

$$x_2 = \frac{\frac{37}{2} + \frac{9 \cdot 59}{22}}{7} = \frac{67}{11}, \quad x_1 = \frac{5}{2} - \frac{2(67)}{11} + \frac{3(59)}{22} = \frac{-18}{11}$$

② أوجد الحل باستخدام طريقة كروس:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 3 \\ -5 & 2 & 2 \end{pmatrix} = LU = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = U$$

$$= \begin{pmatrix} L_{11} & L_{11}u_{12} & L_{11}u_{13} \\ L_{22} & L_{21}u_{12} + L_{22} & L_{21}u_{13} + L_{22}u_{23} \\ L_{31} & L_{31}u_{12} + L_{32} & L_{31}u_{13} + L_{32}u_{23} + L_{33} \end{pmatrix}$$

$$L_{11} = 1, \quad L_{11}u_{12} = 2 \Rightarrow u_{12} = 2, \quad L_{11}u_{13} = 3 \Rightarrow u_{13} = 3$$

$$L_{21} = -2, \quad L_{21}u_{12} + L_{22} = 3 \Rightarrow (-2)(2) + L_{22} = 3 \Rightarrow L_{22} = 3 + 4 = 7$$

$$L_{31} + u_{13} + L_{22} u_{23} = 3 \Rightarrow (-2) \cdot 3 + 7 u_{23} = 3$$

$$\Rightarrow u_{23} = \frac{3+6}{7} = \frac{9}{7}$$

$$L_{31} = -5$$

$$L_{31} u_{12} + L_{32} = 2 \Rightarrow -5(2) + L_{32} = 2 \Rightarrow L_{32} = 12$$

$$L_{31} u_{13} + L_{32} u_{23} + L_{33} = 2$$

$$\Rightarrow (-5)(3) + 12 \cdot \frac{9}{7} + L_{33} = 2$$

$$\Rightarrow L_{33} = 2 + 15 - \frac{108}{7} = \frac{167 - 108}{7} = \frac{11}{7}$$

$$A = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ -2 & 7 & 0 & 0 & 1 & \frac{9}{7} \\ -5 & 12 & \frac{11}{7} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$A \vec{x} = \vec{b} \Leftrightarrow L U \vec{x} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} L \vec{y} = \vec{b} \\ U \vec{x} = \vec{y} \end{cases} \quad U=I$$

$$\begin{cases} y_1 = \frac{5}{2} \\ -2y_1 + 7y_2 = \frac{27}{2} \Rightarrow 7y_2 = \frac{27+10}{2} = \frac{37}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{37}{14} \\ -5y_1 + 12y_2 + \frac{11}{7}y_3 = 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{7}y_3 = 15 + \frac{25}{2} - \frac{12 \cdot 37}{14} = \frac{-59}{14}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = \frac{5}{2} \\ x_2 + \frac{9}{7}x_3 = \frac{37}{14} \\ x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\frac{11}{7}y_3 = \frac{-59}{14}$$

$$y_3 = \frac{-59}{22}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = \frac{5}{2} \\ x_2 + \frac{9}{7}x_3 = \frac{37}{14} \\ x_3 = \frac{-59}{22} \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{37}{14} + \frac{9}{7} \cdot \frac{59}{22} = \frac{67}{11}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} - 2 \frac{(67)}{11} + 3 \frac{(59)}{22} = \frac{-18}{11}$$